



• Pour
enseigner
les nombres,
le calcul et
la résolution
de problèmes
au CP



Ce guide complète les ressources institutionnelles déjà à disposition : le programme de mathématiques, les attendus de fin de CP, les repères annuels de progression du cycle 2 et les documents ressources pour le cycle 2.

Il insiste plus précisément sur l'importance :

- du lien entre sens et technique,
- de la distinction de deux systèmes de numération,
- du travail des différents modes de calcul,
- du rôle de la manipulation et de la verbalisation des élèves dans les apprentissages,
- des cheminements cognitifs pour passer de la manipulation à l'abstraction,
- de la modélisation dans la résolution de problèmes,
- d'un texte du savoir.

F. MAURICE – C.P.D. Mathématiques

D.S.D.E.N. de la Meuse

Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP

SOMMAIRE

[Introduction](#) : Mobiliser et construire des connaissances dans l'activité de résolution de problèmes au CP.

[Chapitre I](#) : Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi Et comment ?

[Chapitre II](#) : Calcul et sens des opérations.

[Chapitre III](#) : Résolution de problèmes et modélisation.

[Chapitre IV](#) : Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques ?

[Chapitre V](#) : Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques.

[Chapitre VI](#) : Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques ?

[Chapitre VII](#) : Programmer sa progression au CP.

Bibliographie et outils de références.

INTRODUCTION

Mobiliser et construire des connaissances dans l'activité de résolution de problèmes au CP

- ▶ Comment permettre aux élèves de **se construire des représentations du problème** en s'appuyant sur des **manipulations**, mais également comment dépasser ces dernières pour aller vers davantage d'**abstraction** en s'appuyant sur la **verbalisation** ?
- ▶ Comment **faire évoluer les connaissances et procédures mobilisées** en fonction de la progression générale mise en œuvre par le professeur et particulièrement des cheminements cognitifs qu'il ménage pour les élèves ?
- ▶ Quelle place donner à l'**institutionnalisation**, notamment comment développer des **traces écrites** du travail effectué ?

Un problème additif et des exemples de réponses d'élèves.

Comment créer les conditions de la réussite des élèves ?

Stratégie 1 : dénombrement plutôt élémentaire.

Stratégie 2 : dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques ou des abstractions.

Stratégie 3 : stratégies de (ou proches du) calcul, plus ou moins explicitées et formalisées

Mettre en réseau les connaissances des élèves.

Interroger les domaines numériques, les procédures de dénombrement ou de calcul mobilisables.

Faire expliciter les procédures des élèves.

Introduire des éléments de formalisation mathématique (schéma, écritures, typologie...)

S'appuyer sur des écrits.



CHAPITRE I

Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi et comment ?

Deux systèmes de numération distincts, objets d'enseignement au CP

les noms des nombres à l'oral qui se trouvent dans la comptine numérique

les désignations écrites chiffrées des nombres qui utilisent dix chiffres.

⇒ Construire les deux systèmes de numération de manière indépendante pour ensuite faire des liens.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29											
vingt																				
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39											
trente																				
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49											
quarante																				
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59											
cinquante																				
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	
soixante																				
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
quatre-vingts																				

Exemple d'une frise numérique linéaire (et non un tableau) pour mettre en évidence les régularités du système de numération oral.

Focus

La dizaine au cœur des itinéraires d'enseignement

(pages 32 à 35)

Focus

Une séquence d'apprentissage sur la numération écrite chiffrée

(pages 40 à 46)

Pages 23 à 48

- Il existe **deux systèmes de numération** dont il convient d'enseigner les principes propres à chacun. Les mots et les chiffres sont les signes constitutifs de chacun d'entre eux. La forme écrite de l'oral « quarante-deux » n'est pas l'écriture chiffrée « 42 ».
- Deux grands types d'itinéraires** permettent d'enseigner les systèmes. En amont, la dizaine est à concevoir comme synonyme de « dix » et comme nouvelle unité de numération. **Deux procédures de dénombrement sont à enseigner de manière explicite** : l'une permet d'obtenir le nom du nombre sans nécessité de connaître son écriture chiffrée, l'autre permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre sans nécessité de connaître son nom.
- Les unités de numération** servent à désigner des quantités et permettent de travailler l'**aspect décimal** et l'**aspect positionnel de la numération écrite chiffrée**.
- Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des deux systèmes de numération. Les connaissances sont réutilisées dans diverses activités : représenter, comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres ; calculer. **Un « dialogue » peut s'instaurer entre des procédures** utilisant les ressources de l'un ou de l'autre système.

CALCUL MENTAL	CALCUL EN LIGNE	CALCUL POSÉ
Modalité de calcul sans recours à l'écrit.	Modalité de calcul écrit ou partiellement écrit sans utilisation des algorithmes d'opérations posées.	Modalité de calcul écrit qui requiert l'application d'un algorithme opératoire.

- des **faits numériques**, résultats de calculs mémorisés immédiatement disponibles : compléments à 10, doubles et moitiés, résultats des tables d'addition, etc.
- des **procédures élémentaires automatisées**, traitements qui s'appuient sur des faits numériques mémorisés et mettent en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations : $+ 1$, $- 1$, $+ 10$, $- 10$, $20 + 7$, $34 + 8$, décomposer un nombre ($24 = 20 + 4$ ou 2 dizaines et 4 unités), commuter les termes d'une addition, calculer un presque-double, etc.
- des **combinaisons de procédures**, traitements de calculs qui s'appuient sur des faits numériques et sur la mobilisation de plusieurs procédures élémentaires : décompositions additives des nombres ($43 = 40 + 3$), commutativité ($7 + 43 = 7 + 40 + 3 = 7 + 3 + 40 = 10 + 40$).

- ▶ Développer une pratique aisée du calcul sous ses différentes formes (calcul mental, en ligne, posé)
- ▶ Donner au calcul mental et au calcul en ligne une place prépondérante dans l'enseignement du calcul.
- ▶ La **manipulation** et la **verbalisation** jouent des rôles essentiels dans le processus d'**abstraction**, notamment en favorisant la compréhension du **sens de l'opération** et l'introduction progressive du symbolisme ($+$, $-$, $=$).
- ▶ Attention particulière à l'**institutionnalisation**
- ▶ Hiérarchiser les procédures mises en place par les élèves, débattre et de statuer sur leur portée.
- ▶ **Trace écrite claire** dans les cahiers des élèves.

Focus
Une séquence de calcul
(pages 73 -74)

Comment passer du comptage au calcul ?

- Résoudre des problèmes ;
- Avoir la capacité de passer rapidement de ces symboles (nom des nombres et écriture chiffrée) à la quantité correspondante sous différentes formes ;
- composer / décomposer les nombres jusqu'à 10, (vers la mémorisation des tables d'addition).

Focus

La situation de la boîte : une situation de référence du champ additif (pages 53 - 54)

Quelles opérations enseigner au CP ?

- Sens des quatre opérations => des situations qui donnent du sens aux quatre opérations et permettent de les conceptualiser.
- L'addition et la soustraction
 - Apparition au CP des signes + ; - et =
 - Associer l'addition à trou avec la soustraction
 - Connaitre les tables d'addition, les différences.
 $3 + ? = 10$ associé à $10 - 3 = ?$
 - Alternier les positions : $5 + 3 = 8$ ou $8 = 5 + 3$
- La multiplication et la division
 - Situations de partage équitable.
 - Travail manipulatoire sur des objets.
 - Configurations rectangles (partage des nombres entiers, commutativité de la multiplication).
 - Apparition du symbole mathématique « x » en fin de CP.

Focus

Comment enseigner l'addition posée ? (pages 67 - 68)

Focus

L'apprentissage des tables d'addition (pages 60 à 63)

Comment enseigner le calcul mental et le calcul en ligne au CP ?

- Enseignement structuré et pratique régulière et répétée
- Donner du sens aux propriétés opératoires et aux techniques de décomposition des nombres.
- La mémorisation des faits numériques
 - Explorer leurs régularités,
 - Jouer,
 - Une bonne représentation mentale des nombres,
 - La compréhension des opérations en jeu,
- Développer la capacité des élèves à retrouver certains calculs en prenant appui sur des résultats connus et en proposant au bon moment des outils (matériel base 10, frise numérique, etc.)
- Nombreux entraînements => développer la fluence en calcul.
- Le calcul en ligne : modalité de calcul proche du calcul mental, un écrit vient soutenir la mémoire de travail (résultats intermédiaires, décompositions des nombres).
 - Développer une souplesse intellectuelle.
 - Explicitation et confrontation des procédures (domaines d'efficacité...)
 - Mise en œuvre des propriétés des nombres et des opérations : commutativité, associativité, distributivité de la multiplication sur l'addition.
 - Institutionnalisation et structuration des connaissances par des affichages et traces dans les cahiers.

FAITS NUMÉRIQUES

COMPLÉMENTS à 10

DOUBLES des nombres ≤ 10 , ainsi que des dizaines entières (jusqu'à 50)

MOITIÉS des nombres pairs ≤ 20

LES DÉCOMPOSITIONS ADDITIVES des nombres ≤ 10

TABLES D'ADDITION des nombres ≤ 10



CHAPITRE III

Résolution de problèmes et modélisation

Problèmes basiques

Problèmes arithmétiques à une étape, énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue, contexte facile à comprendre

Problèmes complexes

Problèmes à étapes, agrégats de problèmes basiques

Problèmes atypiques

Problèmes pour apprendre à chercher », (inventivité stratégique et prise de risque)

- Un **enseignement structuré et régulier**.
- De la **manipulation** à l'**écriture mathématique** par la **verbalisation** et la **schématisation**.
- Un **continuum du cycle 1 au cycle 3**
- Importance de la **verbalisation** dans l'accès à l'**abstraction** :
 - de la **manipulation passive** à la **manipulation active** : « À quoi réfléchis-tu ? » ; « Où en es-tu ? » ; « Que dois-tu faire pour ... ? » ;
 - de la **manipulation active** à la **formulation**, à l'**explicitation des procédures** : « Comment as-tu fait ? » ; « Peux-tu me dire ce qui va se passer si ... ? » ; « Crois-tu qu'il va se passer si ... ? » ;
 - de la **manipulation active** à la **validation des solutions proposées** : « Peux-tu dire quelle solution tu as trouvée ? » ; « Peux-tu vérifier ? » ;
 - de la **formulation**, de l'**explicitation des procédures** à la **validation des solutions proposées** : « Comment fais-tu ? » ; « Peux-tu me donner un exemple ? » ; « Comment peux-tu en être certain ? »

- Il s'agit d'**enseigner la résolution de problèmes**. L'enseignement explicite de la résolution de problèmes s'appuiera sur des temps d'institutionnalisation guidés par le professeur qui permettront de hiérarchiser les procédures en prenant en compte leur efficacité et leur économie. **L'objectif n'est cependant pas d'enseigner une typologie de problèmes.**
- L'enjeu est de permettre aux élèves de réussir **seuls** les problèmes arithmétiques relevant du CP en enrichissant la mémoire des problèmes de chacun⁵⁰. Le temps consacré à la résolution des problèmes basiques doit donc être conséquent et régulier. Il importe aussi de proposer des problèmes à deux étapes (problèmes complexes).
- Le triptyque « **manipuler, verbaliser, abstraire** » offre des repères pour concevoir l'enseignement de la résolution de problèmes. L'articulation entre matériel, représentations associées et les notions mathématiques convoquées est essentielle. Il convient donc à ce titre de privilégier dès le CP des matériels décontextualisés tels que les cubes emboîtables.
- Articuler représentation et modélisation : l'appui dès le CP sur des représentations à l'aide de schémas (notamment des schémas en barres) pourra faciliter l'accès à la modélisation et préparer un continuum didactique du cycle 2 au cycle 3 pour l'enseignement de la résolution de problèmes.

CHAMP ADDITIF

- Résoudre des problèmes additifs et soustractifs en une ou deux étapes ;
- Modéliser ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques ;
- Connaître le sens des signes « + » et « - ».

CHAMP MULTIPLICATIF

- Résoudre des problèmes de multiplication ou de division, en une étape, sur des petits nombres, avec le recours à la manipulation.



La modélisation pour aider à résoudre des problèmes

- **Manipuler** des objets concrets puis des objets non figuratifs (cubes emboîtables, matériel multibase, réglettes...).
- Passer **du dessin figuratif au schéma** grâce au matériel : imaginer les manipulations en construisant des schémas.
- Construction progressive du **schéma en barres**, pensée et harmonisées du cycle 2 au cycle 3 pour aider à reconnaître les **structures mathématiques** des problèmes, les opérations et procédures sous-jacentes.

Les écrits en résolution de problèmes et l'importance de l'institutionnalisation

- **Cahier personnel** : traces des résolutions, mémoire des problèmes rencontrés.
- **Cahier de référence en mathématiques** : écrits formalisés.
- **Affichages** : **problèmes de référence** rencontrés pour guider le raisonnement et favoriser les analogies entre problèmes.
- Des **exemples-types** : références systématiques lors des résolutions de problèmes ultérieures, **communes à l'école**, voire au réseau d'écoles.

Focus

Problèmes de type parties-tout et modélisation par le schéma en barres

(pages 94 -95)

MODE SENSORI-MOTEUR ³⁹	Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité : 	Manipulation d'objets tangibles figuratifs : 
MODE IMAGÉ	Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité : 	<ul style="list-style-type: none"> • Représentation avec un schéma :  • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : 
MODE SYMBOLIQUE	Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$	

→ « Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »

La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :



et 5 cubes bleus :



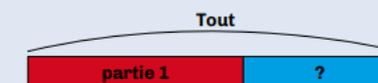
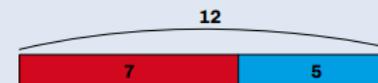
fait apparaître l'assemblage :



puis le schéma :



et enfin le schéma en barres :



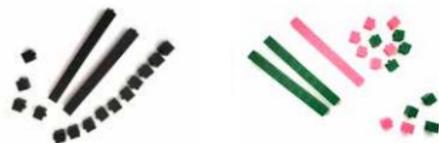
CHAPITRE IV

Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques ?

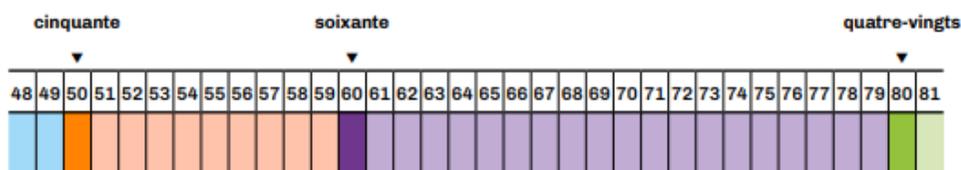
Matériels incontournables devant être mis à disposition des élèves

- Pour l'enseignement des deux systèmes de numération (orale et écrite chiffrée), du calcul et de la résolution de problèmes.
- Un matériel de numération de référence pour le cycle 2.

Cubes emboîtables sécables



Frise numérique faisant apparaître petite et grande comptine

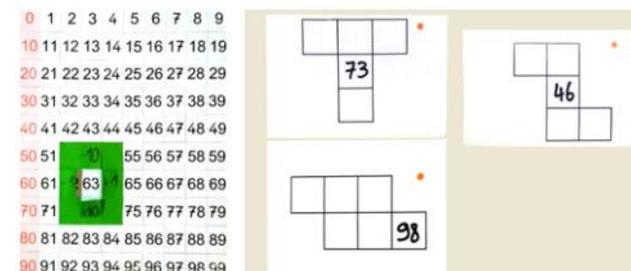


Frise numérique pour travailler la numération écrite chiffrée

...	18	19	20	21	...	47	48	49	50	...
	18 u 1 d + 8 u 8 u + 1 d			21 u 2 d + 1 u 1 u + 2 d		47 u 4 d + 7 u 7 u + 4 d 17 u + 3 d			50 u 5 d	

- L'utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu'il représente doit être explicité par l'enseignant.
- Les cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu'il les utilise de façon individuelle.
- D'autres matériels, comme des compteurs, du matériel multibase, de la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves, en complément des matériels cités précédemment.

Tableau des nombres



Outils et logiciels du numérique éducatif
Ressources sur le [portail Prim à bord](#)

Des jeux pour s'entraîner au calcul

- Jeu du Lucky Luke
- Le bon débarras
- Les cartes recto-verso
- Le Yams

Analyse de jeux

Objectifs d'apprentissage, règles du jeu, critères de réussite, supports matériels, variables, validation, synthèse

- Jeu du saladier (pages 119 à 121)
- Jeu de déplacement sur piste (pages 121 à 123)
- Jeu du Chiffroscope (pages 123 à 125)



Le jeu, nécessaire... mais pas suffisant !

- Pour que le jeu permette des apprentissages mathématiques, il est nécessaire qu'il ait été explicitement pris en charge dans la conception de la situation d'enseignement sous l'aspect d'une double valence didactique et ludique. Le jeu est alors vu dans la situation comme moteur de la dévolution, l'élève s'investissant tant au niveau intellectuel qu'au niveau affectif. Il se rapproche des mathématiques en ce qu'il amène l'élève à faire des choix, prendre des décisions, anticiper un résultat.
- À travers le jeu, les élèves vont prendre plaisir à développer des stratégies et des raisonnements mathématiques, avec pour objectif l'apprentissage de stratégies et leur optimisation par des phases de verbalisation pour réussir le défi relevé.

Focus

Grille d'analyse des jeux mathématiques

(page 126)

CHAPITRE VI

Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques ?

Outiller les professeurs afin de les aider à déterminer les avantages et les points de vigilance d'un manuel en CP

- les **éléments à analyser dans une approche globale** du manuel : lien avec les programmes en cours, propositions didactiques, leçons proposées aux élèves, nombre d'exercices pour chaque notion, place de la résolution de problèmes, etc.
- des **points de vigilance** en fonction de la notion abordée, au regard de ce qui a été développé dans les précédents chapitres.

- Dans le cadre du travail de conception de l'enseignement, le manuel est un appui très largement exploité. En mathématiques, son choix pourra être encadré par les points essentiels suivants :
 - la programmation proposée, au regard de l'organisation générale du manuel et de sa conformité aux instructions officielles ;
 - la construction du nombre avec la présence d'un travail articulé autour des deux systèmes de numération orale et écrite chiffrée ;
 - la progression en calcul mental (séquences : mémorisation des faits numériques, développement et automatisation de procédures de calcul) et l'approche du calcul posé ;
 - la régularité de la résolution de problèmes dans tous les domaines ;
 - la structure globale des séances d'apprentissage proposées, en termes de manipulation, d'institutionnalisation, d'entraînement, de différenciation, d'évaluation.



CHAPITRE VII

Programmer sa progression au CP.

- Proposition de programmation, sur l'année de CP, des progressions de l'apprentissage des nombres, des calculs et de la résolution de problèmes arithmétiques.
- Progressions proposées par périodes ET par champ de compétences.

- Il existe certaines marges de manœuvre dans la programmation. Celle qui est proposée dans ce chapitre permet d'indiquer des repères forts sur les apprentissages, mais aussi ce qui peut être adapté selon le travail en concertation sur le niveau (en particulier les classes de CP dédoublées), sa classe, ses élèves, pour que chaque professeur puisse se l'approprier⁷⁵.
- Le programme officiel fixe des objectifs de cycle, avec des repères par année. Les objectifs de CP sont mis en perspective avec ceux du cycle 2. Le choix de la programmation au CP concerne donc toute l'équipe enseignante de l'école.